

La thermistance (CTN) : un capteur de température

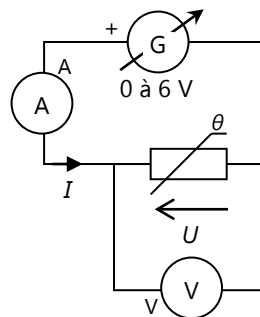
On étudie ici une thermistance (aussi appelée CTN). La thermistance est un dipôle électrique :



I. Caractéristiques de la thermistance.

1. Caractéristique courant-tension de la thermistance.

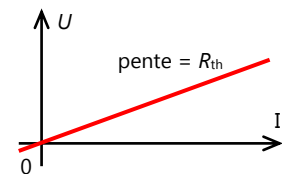
Pour obtenir la caractéristique courant-tension, on mesure l'intensité I du courant électrique pour différentes valeurs de la tension électrique U .



Lorsque l'on trace la courbe représentant la tension U en fonction du courant I , on obtient une droite passant par l'origine.

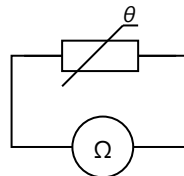
On observe donc ici une relation de proportionnalité entre U et I ; on reconnaît alors la loi d'Ohm (le coefficient de proportionnalité est alors appelé résistance R_{th} de la thermistance).

La thermistance se comporte donc comme une résistance : $U = R_{th} \times I$.



2. Effet de la température sur la thermistance.

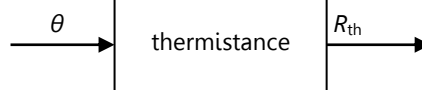
On mesure la valeur de la résistance R_{th} de la thermistance tout en augmentant sa température.



Lorsque la température varie, R_{th} varie : la résistance R_{th} de la thermistance dépend de la température. Plus précisément, plus la température augmente, plus la résistance R_{th} diminue.

La thermistance peut donc servir de capteur de température.

La grandeur d'entrée de ce capteur est la température θ et sa grandeur de sortie est la résistance R_{th} .



Un capteur est un objet (un composant électrique) qui permet de transformer en grandeur électrique une grandeur physique que l'on veut mesurer.

La grandeur d'entrée du capteur est la grandeur physique que le capteur permet de mesurer (température, pression, luminosité, vitesse, masse...).

La grandeur de sortie du capteur est la grandeur électrique qui dépend de la grandeur d'entrée (résistance, tension électrique, courant électrique...).

3. Caractéristique de transfert du capteur.

Afin de quantifier la remarque précédente, on détermine la caractéristique de transfert du capteur : il s'agit de la relation mathématique donnant la grandeur de sortie en fonction de la grandeur d'entrée (donc ici R_{th} en fonction de θ).

Pour déterminer la caractéristique de transfert du capteur, on mesure la valeur de la résistance R_{th} de la thermistance pour différentes valeurs de la température θ .

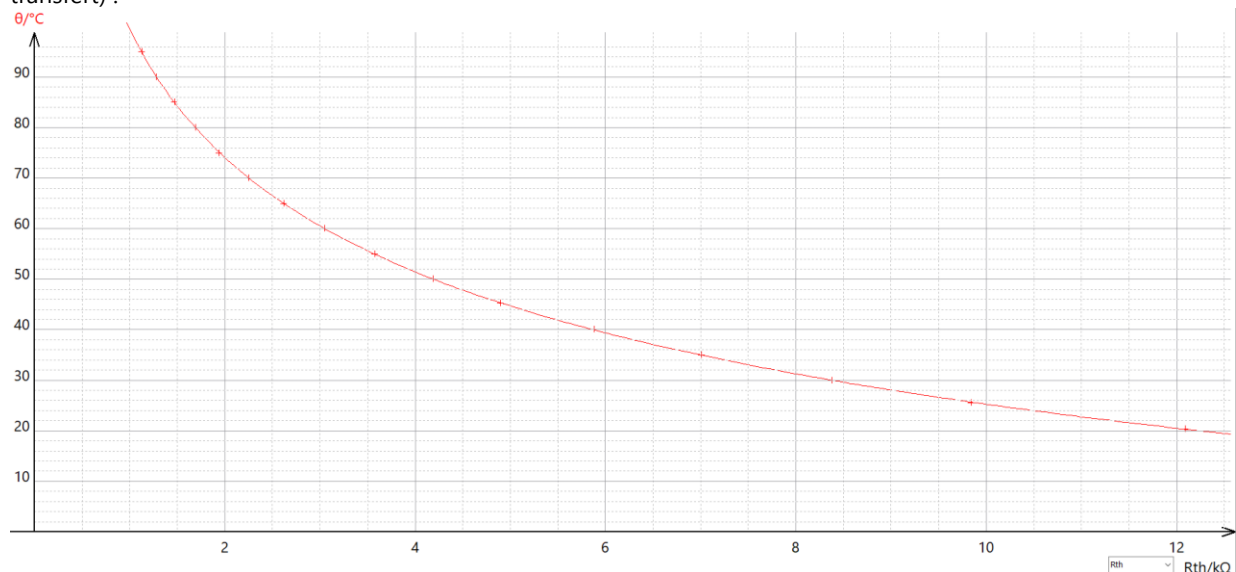
Il faut faire en sorte que la thermistance et le thermomètre de référence soient à la même température :

- on les plonge dans de l'eau afin d'avoir un bon transfert thermique ;
- on met en place une agitation pour que le milieu soit homogène ;
- on fait en sorte que les changements de température ne soient pas trop rapides.

Pour la thermistance n°8 on obtient :

θ (°C)	20,3	25,6	30,0	35,0	40,0	45,3	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0	95,0
R_{th} (k Ω)	12,09	9,84	8,38	7,01	5,88	4,90	4,19	3,58	3,05	2,62	2,25	1,94	1,69	1,47	1,28	1,13

À partir du tableau de valeurs, on obtient la courbe suivante (qui est la fonction inverse de la caractéristique de transfert) :



Fonction inverse de la caractéristique de transfert de la thermistance (ou courbe d'étalonnage)

La mesure de R_{th} permet donc de déterminer la température θ .

Exemple de la mesure de la température de l'eau ambiante : on trouve $R_{th} = 10,5$ k Ω avec la thermistance n°8, en reportant sur le graphique on en déduit que $\theta = 24$ °C.

On peut aussi déterminer l'équation de cette courbe. Pour cela on teste divers modèles d'équations avec le tableur-grapheur Regressi :

$\theta = a \times R_{th} + b$ (droite) est un modèle très éloigné des valeurs expérimentales

puis $\theta = a \times R_{th}^2 + b \times R_{th} + c$ (parabole) est un modèle qui s'approche un peu des valeurs expérimentales

puis $\theta = a \times R_{th}^b$ est un modèle qui s'approche assez peu des valeurs expérimentales

puis $\theta = a \times R_{th}^b + c$ est un modèle qui est très proche des valeurs expérimentales

C'est le modèle de la forme $\theta = a \times R_{th}^b + c$ qui est retenu :

on trouve (pour la thermistance n°8) $\theta = 233 \times R_{th}^{-0,167} - 133,5$ (avec θ en °C et R_{th} en k Ω)

il s'agit de la fonction inverse de la caractéristique de transfert du capteur.

Exemple de la mesure de la température de l'eau chambrée : on trouve toujours $R_{th} = 10,5 \text{ k}\Omega$ avec la thermistance n°8, on déduit de cette expression mathématique que $\theta = 233 \times R_{th}^{-0,167} - 133,5 = 233 \times 10,5^{-0,167} - 133,5 = 23,8 \text{ }^\circ\text{C}$

À partir des notices des instruments de mesure, on peut déterminer les incertitudes-types (sachant que lorsqu'il est écrit que la précision vaut $\pm p$ alors l'incertitude-type est $u = p / \sqrt{3}$) :

- pour le thermomètre Hanna Checktemp 1 il est écrit que la précision vaut $\pm 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$ donc $u_\theta = \frac{0,2}{\sqrt{3}} = 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$;
- pour l'ohmmètre Wavetek 27XT il est écrit que la précision vaut $\pm(1,0\% \text{ lect} + 4 \text{ dgt})$ c'est-à-dire $\pm(1,0\% \text{ de la valeur lue} + 4 \text{ chiffres})$ c'est-à-dire $\pm(1,0\% \text{ de } R_{th} + 4 \times \text{résolution})$ donc, à température ambiante

(vers $25 \text{ }^\circ\text{C}$, $R_{th} \approx 10 \text{ k}\Omega$ et résolution = $0,01 \text{ k}\Omega$) $u_{R_{th}} = \frac{\frac{1,0}{100} \times 10 + 4 \times 0,01}{\sqrt{3}} = 0,08 \text{ k}\Omega$.

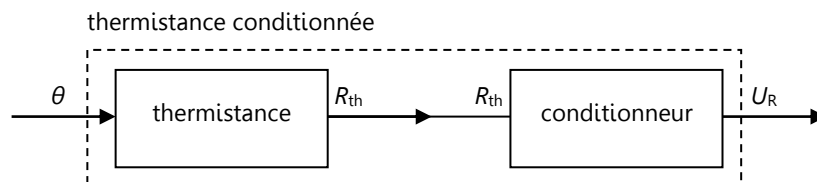
II. Conditionnement du capteur.

1. Intérêt du conditionnement du capteur.

Le calcul que l'on vient d'effectuer (pour déterminer la température θ de l'eau à partir de R_{th}) peut être automatisé grâce à l'utilisation de montages électriques adaptés. On peut aussi vouloir effectuer un traitement et une analyse de différentes températures, par exemple pour réaliser un système automatisé qui réagirait différemment en fonction de la température.

Pour des raisons techniques, on ne peut alors pas travailler directement avec des valeurs de résistances R_{th} mais on doit travailler avec des tensions électriques (ou éventuellement des intensités normalisées).

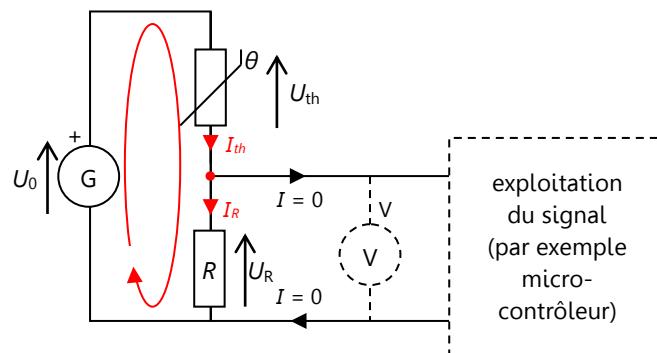
Conditionner le capteur c'est donc transformer sa grandeur électrique de sortie peu pratique (ici la résistance R_{th}) en une grandeur électrique plus pratique (ici la tension électrique U_R) grâce à l'utilisation d'un montage électrique plus ou moins complexe.



Il est indispensable de connaître la relation mathématique qui existe entre cette tension électrique U_R (la grandeur de sortie du conditionneur) et la valeur de la résistance R_{th} (la grandeur d'entrée du conditionneur).

2. Le montage "pont diviseur de tension" pour conditionner un capteur résistif.

Pour conditionner le capteur de température (comme pour les autres capteurs résistifs), on effectue un montage diviseur de tension en ajoutant un générateur et un résistor en série et en exploitant la tension électrique aux bornes de ce résistor (ce montage ne fonctionne que si le courant I d'exploitation du signal est nul) :



On fixe $U_0 \approx 3,3 \text{ V}$ et $R \approx 10 \text{ k}\Omega$ (à mesurer précisément).

On cherche alors à exprimer la résistance R_{th} en fonction de la tension électrique U_R (afin d'avoir la température θ en fonction de la tension électrique U_R) :

• d'après la loi des mailles $U_0 = U_{th} + U_R$ donc $3,3 = U_{th} + U_R$ (on veut se débarrasser de U_{th})

• d'après la loi d'Ohm $U_{th} = R_{th} \cdot I_{th}$

donc $3,3 = R_{th} \cdot I_{th} + U_R$ (on veut se débarrasser de I_{th})

• d'après la loi des nœuds $I_{th} = I + I_R$ mais $I = 0$ donc $I_{th} = I_R$

donc $3,3 = R_{th} \cdot I_R + U_R$ (on veut se débarrasser de I_R)

• d'après la loi d'Ohm $U_R = R \cdot I_R$ donc $I_R = \frac{U_R}{R}$

donc $3,3 = R_{th} \cdot \frac{U_R}{R} + U_R$ donc $R_{th} \cdot \frac{U_R}{R} + U_R = 3,3$ donc $R_{th} \cdot \frac{U_R}{R} = 3,3 - U_R$ donc $R_{th} \cdot U_R = (3,3 - U_R) \times R$

donc $R_{th} = \frac{(3,3 - U_R) \times R}{U_R} = \frac{3,3 \times R - U_R \times R}{U_R} = \frac{3,3 \times R}{U_R} - \frac{U_R \times R}{U_R} = \frac{3,3 \times R}{U_R} - R$

avec un tel montage on a donc $R_{th} = \frac{(3,3 - U_R) \times 10}{U_R}$ soit encore $R_{th} = \frac{33}{U_R} - 10$ (la résistance est en k Ω et la tension en V)

Démonstration plus générale :

On cherche alors à exprimer la résistance R_{th} en fonction de la tension électrique U_R (afin d'avoir la température θ en fonction de la tension électrique U_R) :

• d'après la loi des mailles $U_0 = U_{th} + U_R$ (on veut se débarrasser de U_{th})

• d'après la loi d'Ohm $U_{th} = R_{th} \cdot I_{th}$

donc $U_0 = R_{th} \cdot I_{th} + U_R$ (on veut se débarrasser de I_{th})

• d'après la loi des nœuds $I_{th} = I + I_R$ mais $I = 0$ donc $I_{th} = I_R$

donc $U_0 = R_{th} \cdot I_R + U_R$ (on veut se débarrasser de I_R)

• d'après la loi d'Ohm $U_R = R \cdot I_R$ donc $I_R = \frac{U_R}{R}$

donc $U_0 = R_{th} \cdot \frac{U_R}{R} + U_R$ donc $R_{th} \cdot \frac{U_R}{R} + U_R = U_0$ donc $R_{th} \cdot \frac{U_R}{R} = U_0 - U_R$ donc $R_{th} \cdot U_R = (U_0 - U_R) \times R$

donc $R_{th} = \frac{(U_0 - U_R) \times R}{U_R} = \frac{U_0 \times R - U_R \times R}{U_R} = \frac{U_0 \times R}{U_R} - \frac{U_R \times R}{U_R} = \frac{U_0 \times R}{U_R} - R$

avec un tel montage on a donc $R_{th} = \frac{(U_0 - U_R) \times R}{U_R}$ soit encore $R_{th} = \frac{U_0 \times R}{U_R} - R$ (les résistances ont la même unité et les tensions ont la même unité)

3. Caractéristique de transfert du capteur conditionné (ou sa fonction inverse).

Or $\theta = 233 \times R_{th}^{-0,167} - 133,5$ pour la thermistance n°8

donc $\theta = 233 \times \left(\frac{(3,3 - U_R) \times 10}{U_R} \right)^{-0,167} - 133,5$ pour la thermistance n°8 (avec θ en $^{\circ}\text{C}$ et U_R en V)

ou plus généralement $\theta = 233 \times \left(\frac{(U_0 - U_R) \times R}{U_R} \right)^{-0,167} - 133,5$ pour la thermistance n°8 (avec θ en $^{\circ}\text{C}$, R en k Ω et

U_0 et U_R en V)

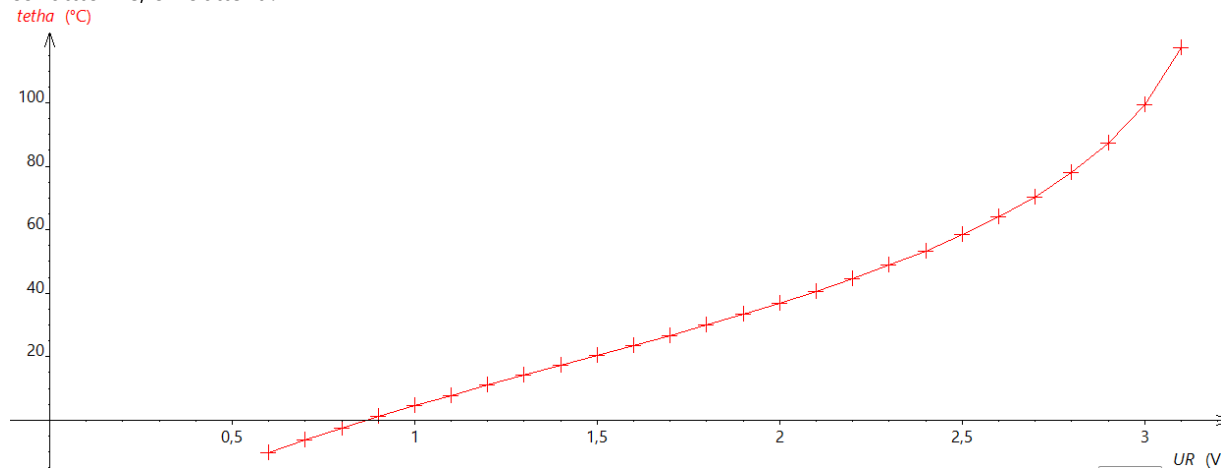
il ne s'agit pas de la caractéristique de transfert du capteur conditionné (non pas U_R en fonction de θ) mais de sa fonction inverse (θ en fonction de U_R).

La mesure de U_R permet donc de déterminer la température θ .

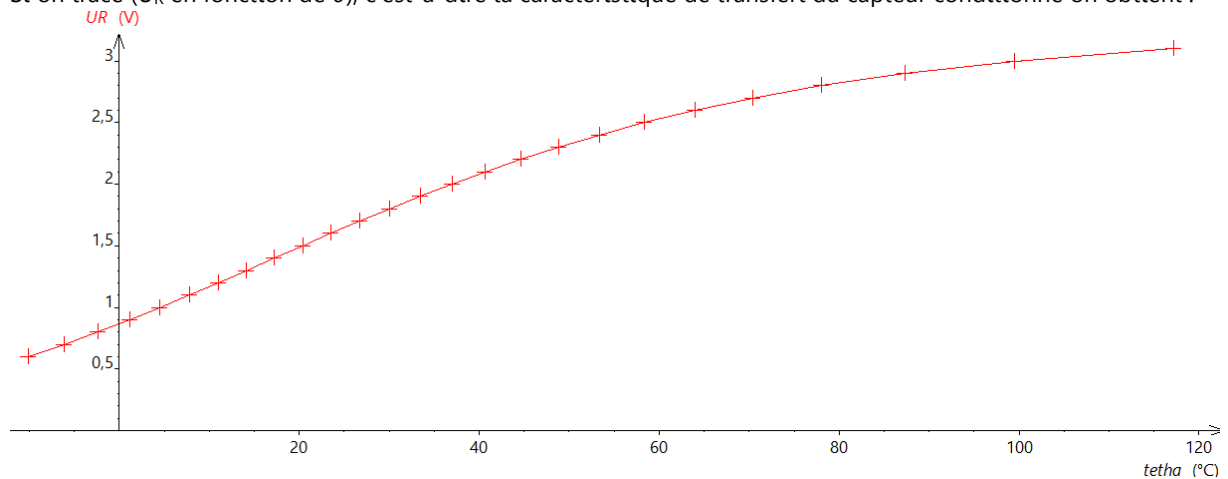
Exemple de la mesure de la température de l'eau chambrée : on trouve $U_R = 1,608$ V (avec la thermistance n°8 et la résistance $R = 10,1$ k Ω et $U_0 = 3,28$ V) on en déduit que

$$\theta = 233 \times \left(\frac{(U_0 - U_R) \times R}{U_R} \right)^{-0,167} - 133,5 = 233 \times \left(\frac{(3,28 - 1,608) \times 10,1}{1,608} \right)^{-0,167} - 133,5 = 23,8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Si on trace (θ en fonction de U_R), c'est à dire la fonction inverse de la caractéristique de transfert du capteur conditionné, on obtient :



Si on trace (U_R en fonction de θ), c'est-à-dire la caractéristique de transfert du capteur conditionné on obtient :



4. Sensibilité du capteur conditionné.

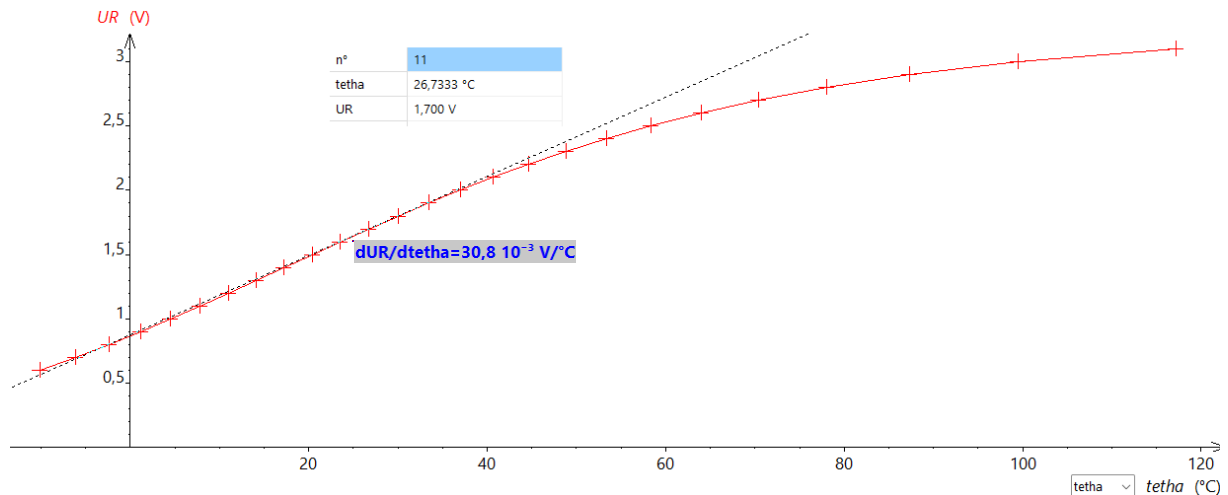
La sensibilité du capteur conditionné (autour d'une certaine température) est $s = \frac{\Delta \text{ grandeur de sortie}}{\Delta \text{ grandeur d'entré}}$

donc ici $s = \frac{\Delta U_R}{\Delta \theta}$

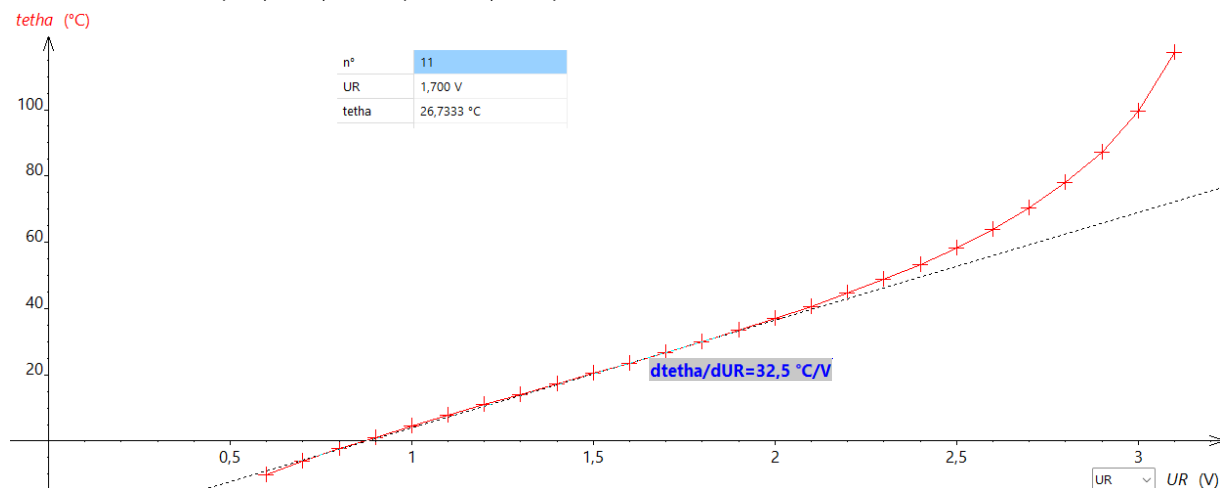
c'est donc la pente de la courbe (ou plutôt le coefficient directeur de la tangente à la courbe) représentant U_R en fonction de θ (la caractéristique de transfert du capteur conditionné).

C'est donc aussi l'inverse (1/...) du coefficient directeur de la tangente de la courbe ci-avant représentant θ en fonction de U_R .

Par exemple, avec le capteur n°8, à température ambiante (autour de 25 °C), la pente obtenue grâce à l'outil tangente de Regressi avec la caractéristique de transfert ci-dessous est $30,8 \times 10^{-3} \text{ V}/^\circ\text{C} = 30,8 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ donc la sensibilité est $s = 30,8 \text{ mV}/^\circ\text{C}$.



Ou, avec la courbe inverse de la caractéristique de transfert ci-dessous, la pente est $32,5 \text{ }^\circ\text{C/V}$ donc la sensibilité est $s = 1 / 32,5 = 0,0308 \text{ V/}^\circ\text{C} = 30,8 \text{ mV/}^\circ\text{C}$.



5. Incertitude-type sur la température.

La sensibilité peut servir à évaluer l'incertitude-type lors de la mesure de la température (par exemple vers $25 \text{ }^\circ\text{C}$) à partir de la notice du voltmètre :

- donnée : si la précision est $\pm p$ alors l'incertitude-type est $u = p / \sqrt{3}$
 - Pour le voltmètre Wavetek 27XT il est écrit page 33 que la précision est $\pm(0,5\% \text{ lect} + 1 \text{ dgt})$ c'est-à-dire $\pm(0,5\% \text{ de la valeur lue} + 1 \text{ chiffre})$ c'est-à-dire $\pm(0,5\% \text{ de } U_R + 1 \times \text{résolution})$
- donc, vers $25 \text{ }^\circ\text{C}$ (d'après la caractéristique de transfert $U_R \approx 1,650 \text{ V}$; de plus résolution = $0,001 \text{ V}$) la précision est $\pm \left(\frac{0,5}{100} \times 1,650 + 1 \times 0,001 \right)$ soit $\pm 0,0093 \text{ V}$

donc l'incertitude sur la tension U_R est $u_{U_R} = \frac{0,0093}{\sqrt{3}} = 0,0053 \text{ V}$

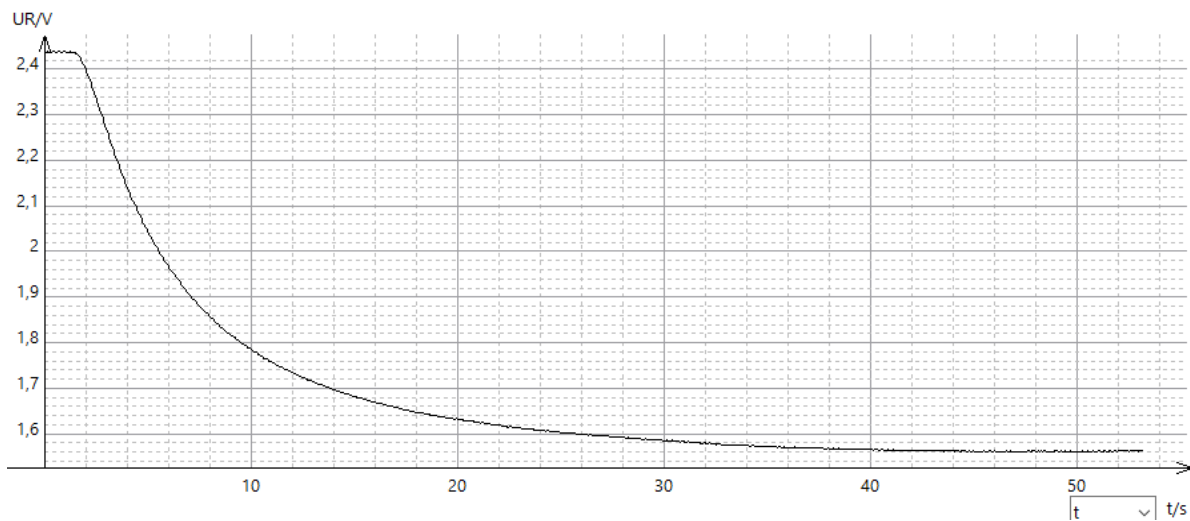
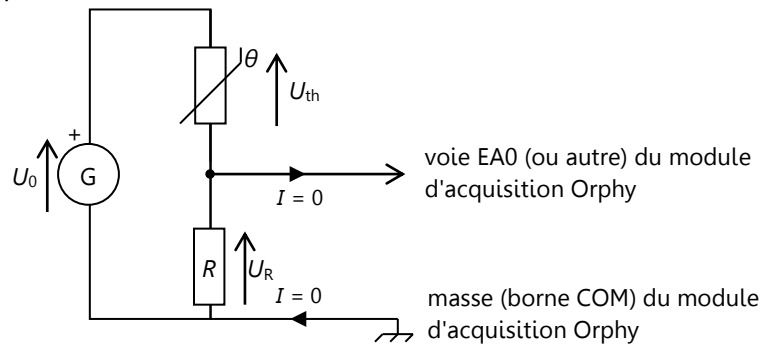
- La sensibilité est $s = \frac{\Delta U_R}{\Delta \theta}$ donc $s \approx \frac{u_{U_R}}{u_\theta}$ donc $u_\theta \approx \frac{u_{U_R}}{s} = \frac{0,0053}{0,031} = 0,17 \text{ }^\circ\text{C}$

III. Suivi d'une température.

Il peut être intéressant de réaliser une acquisition informatisée (à l'aide du module d'acquisition Orphy) si l'on désire, par exemple, suivre l'évolution de la température au cours du temps.

On peut aussi déterminer le temps de réponse du capteur à un changement brusque de température (réponse à un échelon de température) :

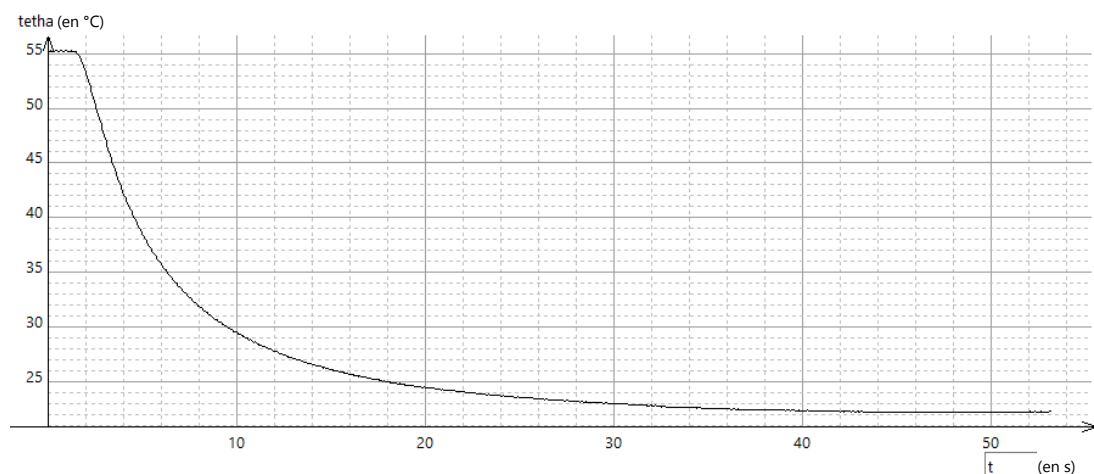
On plonge brusquement le capteur depuis de l'eau chaude (maintenue à environ 50 °C) dans de l'eau chambrée (à environ 20 °C) dans tout en enregistrant l'évolution de la tension électrique U_R avec le module d'acquisition Orphy :



À la place de l'évolution temporelle de U_R , on peut préférer travailler avec l'évolution temporelle de la température θ . En utilisant Regressi, il suffit alors de créer une nouvelle grandeur θ dont l'expression est la suivante :

$$\theta = 233 \times \left(\frac{U_0 \times R}{U_R} - R \right)^{-0,167} - 133,5 \quad (\text{pour la thermistance n°8) avec par exemple } R = 10,1 \text{ k}\Omega \text{ et } U_0 = 3,28 \text{ V}$$

$$\text{donc } \theta = 233 \times \left(\frac{3,28 \times 10,1}{U_R} - 10,1 \right)^{-0,167} - 133,5 \quad (\text{pour la thermistance n°8)}$$



Il est impossible d'évaluer avec précision à quel moment le signal fourni par le capteur est stabilisé (ni même s'il est réellement constant) mais on peut déterminer quand il est presque stabilisé, par exemple à 10 % près (ou à 5 % près). On peut par exemple déterminer le temps de réponse à 90 % (ou à 95 %) : le temps de réponse à 90 % est la durée $\Delta t_{90\%}$ nécessaire pour atteindre 90 % de la variation $\Delta\theta$ observée.

(en rouge) $\theta_i = 55,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ $\theta_{\infty} = 22,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ et tout commence à $t_0 = 1,3\text{ s}$

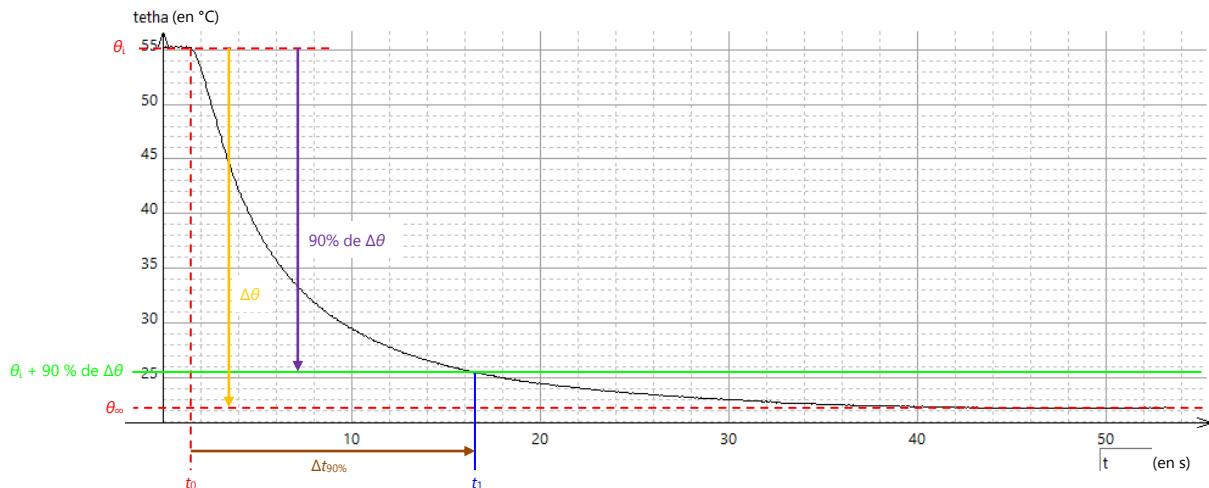
donc $\Delta\theta = \theta_{\infty} - \theta_i = 22,3 - 55,2 = -32,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ (en jaune)

et 90% de $\Delta\theta = \frac{90}{100} \times \Delta\theta = \frac{90}{100} \times (-32,9) = -29,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ (en violet)

on se place donc à $\theta_i + 90\% \text{ de } \Delta\theta = 55,2 + (-29,61) = 25,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ (en vert)

et donc à la date (en bleu) $t_1 = 16,3\text{ s}$

donc le temps de réponse à 90 % est (en marron) $\Delta t_{90\%} = t_1 - t_0 = 16,3 - 1,3 = 15,0\text{ s}$



La thermistance peut servir de capteur de température

Liste du matériel

- ☐ accès à l'eau du robinet ou remplir les béciers et les bains thermostatés
- ☐ éponge

Au bureau :

- ☐ la dizaine de thermistances 10 k Ω (avec support en bois sur lequel il est écrit "CTN")

Pour chaque poste : (9 postes)

- ☐ ordinateur avec logiciels Mu Editor, Orphy et Regressi
- ☐ [notice de Regressi](#) - je m'en charge
- ☐ [notice d'Orphy](#) - je m'en charge
- ☐ [notice des appareils de mesure](#) - je m'en charge
- ☐ thermomètre numérique Hanna Checktemp 1
- ☐ bécier (résistant au chauffage)
-
- ☐ 2 multimètres (voltmètre et ampèremètre) dont au moins un Wavetek 27XT
- ☐ 6 câbles de connexion électrique
- ☐ générateur électrique de tension réglable (0 à 5 V ou plus)
- ☐ résistor 10 k Ω
-
- ☐ support avec pince (pour accrocher le thermomètre et la thermistance)
- ☐ agitateur magnétique chauffant avec barreau aimanté
- ☐ éponge
- ☐ chiffon
- ☐ glaçons
-
- ☐ module d'acquisition Orphy
- ☐ bain thermostaté (à 50 °C)