

Un capteur de pression pour mesurer la hauteur de liquide

Éléments de correction

I. La pression est-elle une force ?

1. On remarque qu'une même force exercée sur une surface plus petite exerce une pression plus grande.

$$P = \frac{F_p}{S}$$

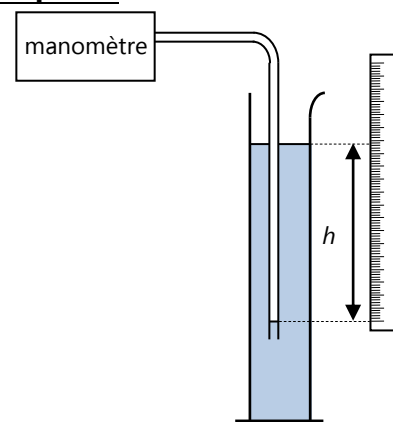
où P est la pression en pascal (symbole Pa),

F_p est la force pressante en newton (symbole N),

S est la surface sur laquelle s'exerce la force pressante en m^2 .

II. Relation entre pression et hauteur de liquide au-dessus du capteur.

2. Pour différentes profondeurs du tuyau (rempli d'air) menant au manomètre, on mesure la hauteur d'eau h et la pression P .



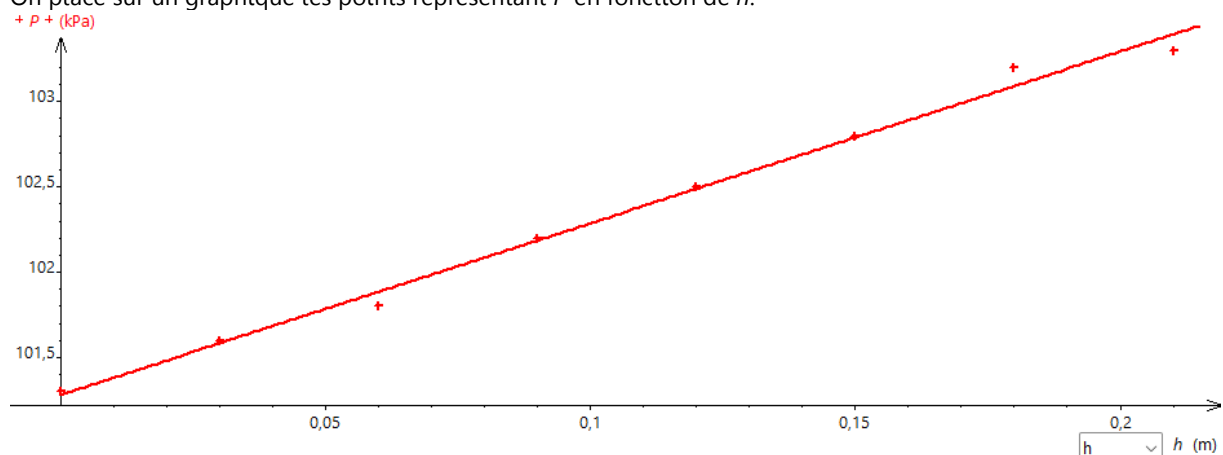
Si on a par exemple les mesures :

h (cm)	0	3	6	9	12	15	18	21
P (hPa)	1013	1016	1018	1022	1025	1028	1032	1033

on a donc :

h (m)	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21
P (Pa)	1013×10^2	1016×10^2	1018×10^2	1022×10^2	1025×10^2	1028×10^2	1032×10^2	1033×10^2

On place sur un graphique les points représentant P en fonction de h .



On remarque qu'ils sont alignés (aux incertitudes expérimentales près). On en déduit que la relation est du type $P = a \times h + b$.

Avec P en Pa et h en m on trouve à peu près $P = 9,81 \times 10^3 \times h + 1,013 \times 10^5$

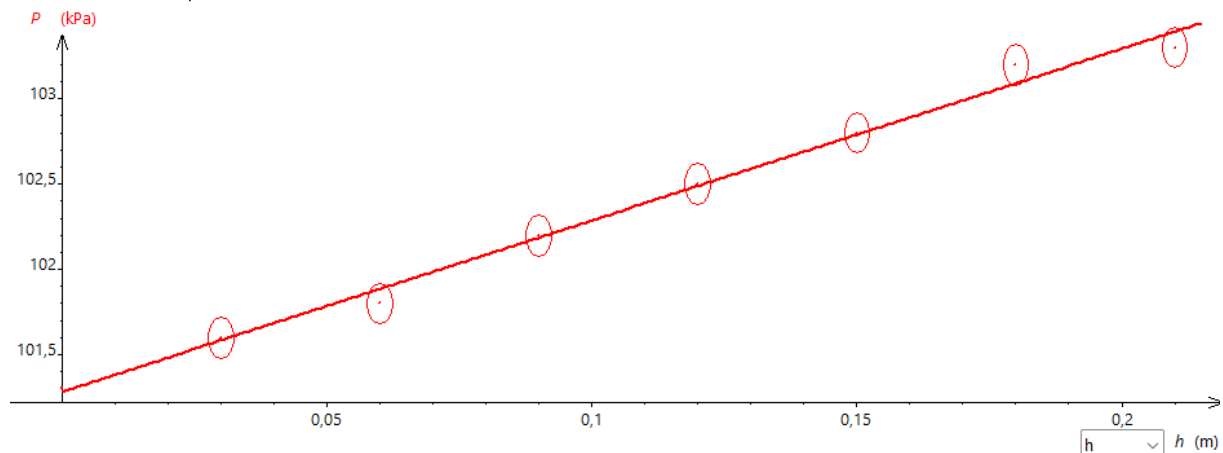
ce qui correspond à la formule de référence $P = (\rho_{\text{eau}} \times g) \times h + P_{\text{atm}}$

3. La précision sur la mesure de h est de $\pm 2 \text{ mm} = \pm 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

donc $u_h = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{\sqrt{3}} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ m}$ et donc $2 \times u_h = 2 \times 1,2 \times 10^{-3} = 2,4 \times 10^{-3} \text{ m}$.

La précision sur la mesure de P est de $\pm 1 \text{ hPa} = \pm 1 \times 10^2 \text{ Pa}$

donc $u_p = \frac{1 \times 10^2 \text{ Pa}}{\sqrt{3}} = 5,8 \times 10^1 \text{ Pa}$ et donc $2 \times u_p = 2 \times 5,8 \times 10^1 \text{ Pa} = 1,2 \times 10^2 \text{ Pa}$.



La droite passe bien par toutes les ellipses donc, en tenant compte des incertitudes, le modèle est validé.

4. Sans la modélisation graphique :

```
import matplotlib.pyplot as plt    # importe la bibliotheque graphique

list_x = [0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.18, 0.21]    # différentes valeurs des abscisses
list_y = [1013e2, 1016e2, 1018e2, 1022e2, 1025e2, 1028e2, 1032e2, 1034e2]    # différentes ...

plt.clf()    # efface les graphiques
plt.plot(list_x, list_y, "b+", label="Pression P")    # trace la courbe
plt.legend()    # affiche la legende (le label) de chaque courbe
plt.xlabel("h (m)")    # affiche le nom de l'axe des abscisses
plt.ylabel("P (Pa)")    # affiche le nom de l'axe des ordonnées
plt.title("Pression en fonction de la hauteur d'eau")    # affiche le titre du graphique
plt.grid(True)    # affiche ou non le quadrillage
plt.show()    # affiche les graphiques
```

Avec la modélisation graphique :

```
import matplotlib.pyplot as plt    # importe la bibliotheque graphique
from scipy.optimize import curve_fit    # importe la bibliotheque de modelisation

def modele(x, a, b):    # nom de la fonction utilisee comme modele (et liste des parametres)
    return a*x + b    # definition mathematique de la fonction utilisee comme modele

list_x = [0, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12, 0.15, 0.18, 0.21]    # différentes valeurs des abscisses
list_y = [1013e2, 1016e2, 1018e2, 1022e2, 1025e2, 1028e2, 1032e2, 1034e2]    # différentes ...

parametres, covariance = curve_fit(modele, list_x, list_y)    # calcul des parametres ...
list_y_modele = []    # creation d'une liste ou se trouvera les ordonnees modelisees ...

for x in list_x:    # pour chaque abscisse x
    list_y_modele.append( modele(x, parametres[0], parametres[1]) )    # calcul de l'ordonnee ...

plt.clf()    # efface les graphiques
plt.plot(list_x, list_y_modele, "r-", label="modelisation")    # trace la courbe modelisee
plt.title(f"P = a * h + b avec a = {parametres[0]} et b = {parametres[1]}")    # affiche ...
plt.plot(list_x, list_y, "b+", label="valeurs exp")    # trace les points experimentaux
plt.legend()    # affiche la legende (le label) de chaque courbe
plt.xlabel("h (m)")    # affiche le nom de l'axe des abscisses
plt.ylabel("P (Pa)")    # affiche le nom de l'axe des ordonnées
plt.grid(True)    # affiche ou non le quadrillage
plt.show()    # affiche les graphiques
```

Avec P en Pa et h en m on trouve alors $P = 10317 \times h + 101267$

soit encore $P = 10,317 \times 10^3 \times h + 1,01267 \times 10^5$ soit à peu près $P = 9,81 \times 10^3 \times h + 1,013 \times 10^5$

ce qui correspond à la formule de référence $P = \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot h + P_{\text{atm}}$

5. Il suffit de mesurer la pression et d'en déduire (par le calcul) h .

Par exemple, si on mesure $P = 1037 \text{ hPa} = 1037 \times 10^2 \text{ Pa}$,

comme $P = 9,81 \times 10^3 \times h + 1,013 \times 10^5$ $9,81 \times 10^3 \times h = P - 1,013 \times 10^5$

$$h = \frac{P - 1,013 \times 10^5}{9,81 \times 10^3} = \frac{1037 \times 10^2 - 1,013 \times 10^5}{9,81 \times 10^3} = 0,24 \text{ m} = 24 \text{ cm}$$

III. Utilisation du capteur de pression MPX4115AP avec un microcontrôleur micro:bit.

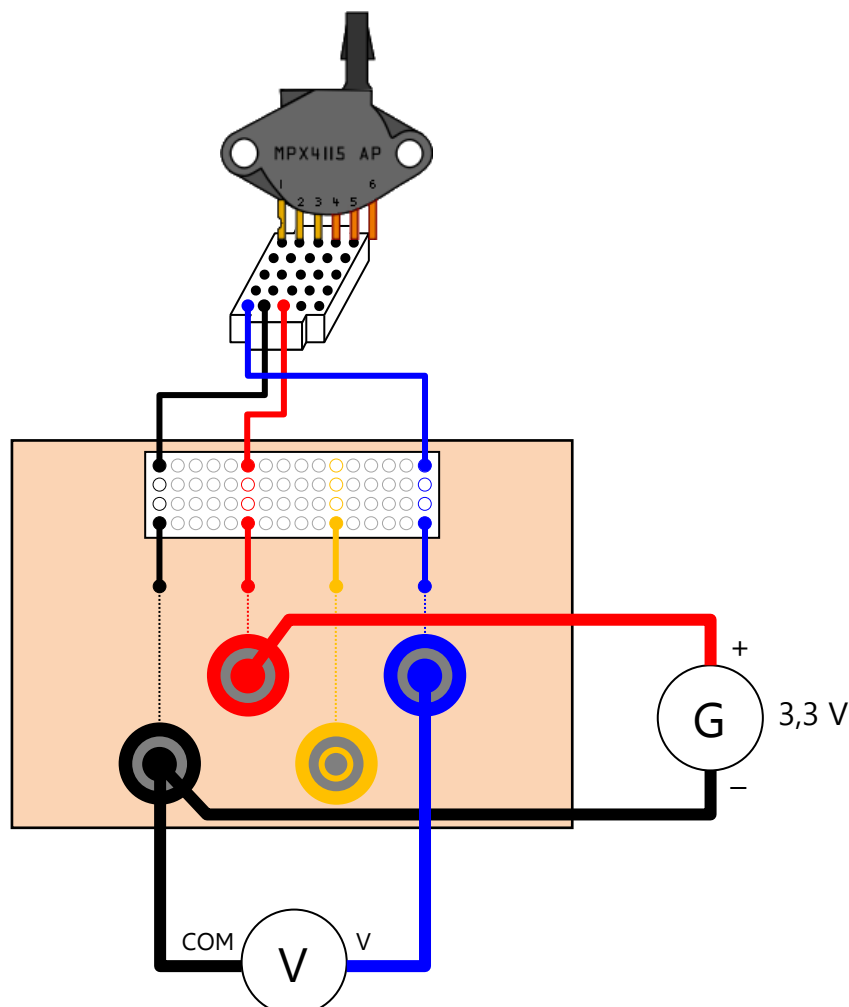
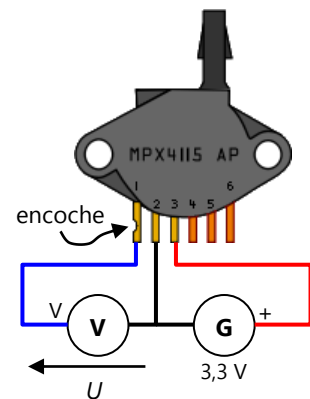
6. Le capteur de pression (contrairement au manomètre) peut être intégré dans un système et permet par exemple d'automatiser la mesure et son traitement afin de faire fonctionner le château d'eau.

7. Pour déterminer la relation entre la hauteur d'eau au-dessus du capteur et la tension :

- On réalise le montage électrique ci-contre et on plonge le tuyau du capteur dans l'eau de l'éprouvette remplie d'eau ;
- Pour différentes profondeurs du tuyau (rempli d'air) menant au capteur, on mesure la hauteur d'eau h et la tension électrique U ;
- On place sur un graphique les points représentant U en fonction de h .
- On remarque que ces points sont alignés (aux incertitudes expérimentales près) et on en déduit que la relation est du type $U = a \times h + b$.

Avec U en V et h en cm on trouve par exemple $U = 0,0036 \times h + 2,793$

donc $0,0036 \times h = U - 2,793$ et donc $h = \frac{U - 2,793}{0,0036}$



8. Il suffit de mesurer la tension électrique et d'en déduire (par le calcul) h .

Par exemple, si on mesure $U = 2,879 \text{ V}$,

comme $U = 0,0036 \times h + 2,793$ $0,0036 \times h = U - 2,793$

$$h = \frac{U - 2,793}{0,0036} = \frac{2,879 - 2,793}{0,0036} = 23,889 \text{ cm} \approx 24 \text{ cm}$$

9. La sensibilité du capteur est $s = \frac{\Delta \text{ grandeur de sortie}}{\Delta \text{ grandeur d'entrée}} = \frac{\Delta U}{\Delta h}$

il s'agit de la pente de la caractéristique de transfert du capteur (la courbe représentant U en fonction de h)
donc, ici, $s = 0,0036 \text{ V/cm} = 3,6 \text{ mV/cm} = 0,36 \text{ mV/mm}$

10. Précision : $\pm(0,1\% \text{ lect} + 2 \text{ dgt})$ c'est à dire $\pm(0,1\% \text{ de la valeur lue} + 2 \times \text{résolution})$

$$\text{donc précision} = \pm \left(\frac{0,1}{100} \times 2,879 + 2 \times 0,001 \right) = \pm 0,00488 \text{ V}$$

donc l'incertitude est $u_U = 0,00488 / \sqrt{3} \approx 0,003 \text{ V}$ ou $0,0028 \text{ V}$

11. La sensibilité du capteur est $s = \frac{\Delta U}{\Delta h}$ alors, pour les incertitudes, $|s| \approx \frac{u_U}{u_h}$

$$\text{donc } u_h \approx \frac{u_U}{|s|} = \frac{0,003 \text{ V}}{0,0036 \frac{\text{V}}{\text{cm}}} = 0,8 \text{ cm}$$

$h = 23,9 \text{ cm}$ avec une incertitude $u_h = 0,8 \text{ cm}$

12. $|P_A - P_B| = \rho_{\text{eau}} \cdot g \cdot h$ est la surpression est due à la hauteur d'eau h

$$h = \frac{|P_A - P_B|}{\rho_{\text{eau}} \cdot g} = \frac{1 \times 10^3}{1000 \times 10} = 0,1 \text{ m} = 100 \text{ mm}$$

13. La sensibilité du capteur est de 33 mV/kPa soit 33 mV pour 1 kPa
or, une variation de 1 kPa correspond à un changement de profondeur de 100 mm
la sensibilité est donc de 33 mV pour 100 mm et donc de $0,33 \text{ mV}$ pour 1 mm
la sensibilité du capteur est donc de $0,33 \text{ mV/mm}$

Ce qui est assez proche de la valeur $0,36 \text{ mV/mm}$ obtenue expérimentalement à la question 9.

14. Le quantum est $q = \frac{\text{tension pleine échelle}}{\text{nombre de valeurs numériques possibles}} = \frac{\text{tension pleine échelle}}{2^N}$

où N est la résolution (c'est-à-dire le nombre de bits)

$$\text{donc } q = \frac{3,3}{2^{10}} = 3,2 \times 10^{-3} \text{ V} = 3,2 \text{ mV}$$

15. La sensibilité du capteur est de $0,33 \text{ mV/mm}$

/ $0,33$
 $\times 3,2$ c'est-à-dire $0,33 \text{ mV}$

pour 1 mm

pour le quantum de $3,2 \text{ mV}$ on a donc $\frac{1 \text{ mm} \times 3,2 \text{ mV}}{0,33 \text{ mV}} = 9,7 \text{ mm}$

la résolution de l'ensemble {capteur + microcontrôleur} est donc de $9,7 \text{ mm}$

16. Cette résolution de $9,7 \text{ mm}$ n'est pas assez petite pour répondre au cahier des charges qui impose une résolution inférieure à 2 mm .

17. Le capteur doit être plus sensible (plus de mV par kPa).

24. La sensibilité du capteur est de $0,834 \text{ mm}^{-1}$

$/0,834$  soit 0,834 unité de valeur numérique pour 1 mm
donc 1 unité de valeur numérique correspond à $1 \text{ mm} / 0,834 = 1,20 \text{ mm}$
la résolution de l'ensemble {capteur + microcontrôleur} est donc de 1,20 mm

25. Cette résolution de 1,20 mm est assez petite pour répondre au cahier des charges qui impose une résolution inférieure à 2 mm.